Н. Ю. Антонов

Екатеринбург, Nikolai.Antonov@imm.uran.ru

О ПОРЯДКЕ РОСТА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ДВОЙНЫХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ СУММ ФУРЬЕ

Пусть $\{n_k\}_{k=1}^{\infty}$ — произвольная последовательность натуральных чисел. К. И. Осколков [1] доказал, что для подпоследовательности $S_{n_k}(f,x)$ последовательности частичных сумм тригонометрического ряда Фурье произвольной функции $f \in L\,[0,2\pi)$ справедлива оценка

$$S_{n_k}(f,x) = o(\ln k) \quad \text{п. в.}$$

Рассмотрим двумерный случай. Обозначим через $S_{m,n}(f,x,y)$ значение (m,n)-й прямоугольной частичной суммы двойного тригонометрического ряда Фурье функции $f \in L\,[0,2\pi)^2$ в точке $(x,y) \in [0,2\pi)^2$. Г. А. Карагулян [2] получил следующий двумерный аналог оценки Осколкова: для любых последовательностей натуральных чисел $\{m_k\}_{k=1}^{\infty}$, $\{n_k\}_{k=1}^{\infty}$ и для каждой функции $f \in L\ln^+ L\,[0,2\pi)^2$

$$S_{m_k,n_k}(f,x,y) = o(\ln^2 k) \quad \text{п. в.}$$

Нами получено следующее утверждение.

Теорема. *Пусть $\{m_k\}_{k=1}^{\infty}$, $\{n_k\}_{k=1}^{\infty}$ — произвольные последовательности натуральных чисел, $\psi : [0,+\infty) \to [0,+\infty)$ — неубывающая функция, такая, что $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k\psi(k)} < \infty$. Тогда для любой функции $f \in L\,[0,2\pi)^2$*

$$S_{m_k,n_k}(f,x,y) = o\Big(\psi\Big(\min\{m_k,n_k\}\Big)\ln k\Big) \qquad \textit{п. в.}$$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 08-01-00320) и программы Президента "Ведущие научные школы РФ" (проект НШ-1071.2008.1).

ЛИТЕРАТУРА

1. Осколков К. И. *Подпоследовательности сумм Фурье интегрируемых функций* // Тр. МИАН. – 1985. – Т. 167. – С. 239–260.

2. Карагулян Г. А. *Преобразование Гильберта и экспоненциальные интегральные оценки прямоугольных частичных сумм двойных рядов Фурье* // Матем. сборник. – 1996. – Т. 187. – № 3. – С. 55–74.

Т. Н. Афанасьева

Казань, du@math.kubsu.ru

К ВОПРОСУ О ДОПУСТИМОСТИ НЕКОТОРЫХ ПАР ПРОСТРАНСТВ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ РАЗНОСТНЫХ ОПЕРАТОРОВ

Рассматривается линейное разностное уравнение

$$x_n = \sum_{k=0}^{n-1} A_{nk} x_k + f_n, \quad n \geqslant 0. \tag{1}$$

Обозначим через l_∞^m пространство ограниченных последовательностей m-мерных векторов с нормой $\|x\| = \sup\limits_{n \geqslant 0} \|x_n\|_{R^m}$, и пусть $\alpha_0(c_0)$ — подпространство l_∞^m последовательностей, имеющих нулевой предел при $n \to \infty$.

Определение 1. *Пусть F и X — некоторые подмножества l_∞^m. Пара (F, X) называется допустимой относительно*